Barème
/40.

27/09/21. **Correction du DS n°1 (1ère Spé Maths)**

/10 **Exo 1 :** 1) $3x^2+x-1=0$.

$\Delta = b^2-4ac = 1^2-4\times3\times(-1) = 1+12 = 13 > 0$.

/2 ... $x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1-\sqrt{13}}{6}$

$x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1+\sqrt{13}}{6}$

$S = \left\{\frac{-1-\sqrt{13}}{6}\,;\,\frac{-1+\sqrt{13}}{6}\right\}$

2) a) $3x^2-3x-6$

$\Delta = b^2-4ac = (-3)^2-4\times3\times(-6) = 9+72 = 81 > 0$

/2 $x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{+3-\sqrt{81}}{6} = \frac{3-9}{6} = \frac{-6}{6} = -1$

$x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{3+\sqrt{81}}{6} = \frac{3+9}{6} = \frac{12}{6} = 2$.

$3x^2-3x-6 = 3(x+1)(x-2)$.

b) $12x^2+12x+3$.

$\Delta = b^2-4ac = 12^2-4\times12\times3 = 0$.

/1,5 $x_0 = -\frac{b}{2a} = -\frac{12}{24} = -\frac{1}{2}$.

$12x^2+12x+3 = 12\left(x+\frac{1}{2}\right)^2$.

3) a) $6x^2+x-1 \geqslant 0$.

$\Delta = b^2-4ac = 1-4\times6\times(-1) = 1+24 = 25 > 0$.

/3 $x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1-\sqrt{25}}{12} = \frac{-1-5}{12} = \frac{-6}{12} = -\frac{1}{2}$.

$x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1+\sqrt{25}}{12} = \frac{-1+5}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$.

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		$\frac{1}{3}$		$+\infty$
$6x^2+x-1$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$S =]-\infty;-\frac{1}{2}] \cup [\frac{1}{3};+\infty[$

b) $3x^2+x+1<0$.

$\Delta = b^2-4ac = 1^2-4\times3\times1 = -11<0$

1,5

x	$-\infty$		$+\infty$
$3x^2+x+1$		$+$	

donc $S=\emptyset$

Exo2: 1) $\dfrac{4x^2+4x-3}{-2x^2-5x+3}=0$.

/16

Cette éq° est définie ssi $-2x^2-5x+3\neq0$.

$\Delta = b^2-4ac = (-5)^2-4\times(-2)\times3 = 25+24 = 49>0$

$x_1 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-5+\sqrt{49}}{-4} = \dfrac{5+7}{-4} = -\dfrac{12}{4} = -3$

$x_2 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{5-\sqrt{49}}{-4} = \dfrac{5-7}{-4} = \dfrac{-2}{-4} = \dfrac{1}{2}$.

$D = \mathbb{R}-\{1/2;-3\}$.

/5

Sur D, l'équation s'écrit $4x^2+4x-3=0$

$\Delta = b^2-4ac = 4^2-4\times4\times(-3) = 16+48 = 64$.

$x_1 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-4-\sqrt{64}}{8} = \dfrac{-4-8}{8} = \dfrac{-12}{8} = -\dfrac{3}{2} \in D$

$x_2 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-4+\sqrt{64}}{8} = \dfrac{-4+8}{8} = \dfrac{4}{8} = \dfrac{1}{2} \notin D$

$S=\{-3/2\}$.

2) $\dfrac{-25x^2+10x-3}{-4x^2+6x-4} \geqslant 1$

Cette inéq° est définie ssi $-4x^2+6x-4\neq0$

$\Delta = b^2-4ac = 6^2-4\times(-4)\times(-4) = 36-64 = -28$

Donc $-4x^2+6x+4\neq0$ pr tout $x\in\mathbb{R}$

$D=\mathbb{R}$.

$$\frac{-25x^2+10x-3}{-4x^2+6x-4} - \frac{1 \times (-4x^2+6x-4)}{(-4x^2+6x-4)} \geqslant 0$$

$$\frac{-25x^2+10x-3-(-4x^2+6x-4)}{-4x^2+6x-4} \geqslant 0$$

$$\frac{-25x^2+10x-3+4x^2-6x+4}{-4x^2+6x-4} \geqslant 0$$

$$\frac{-21x^2+4x+1}{-4x^2+6x-4} \geqslant 0$$

$\Delta = b^2-4ac = 4^2-4\times(-21)\times 1 = 16+84 = 100.$

$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4-\sqrt{100}}{-42} = \frac{-14}{-42} = \frac{1}{3}$

$x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4+\sqrt{100}}{-42} = \frac{6}{-42} = -\frac{1}{7}.$

/6

x	$-\infty$		$-1/7$		$1/3$		$+\infty$
$-21x^2+4x+1$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$-4x^2+6x-4$		$-$		$-$		$-$	
Q		$+$	0	$-$	0	$+$	

$S =]-\infty ; -1/7] \cup [1/3 ; +\infty[.$

3) $\begin{cases} x+y = \frac{77}{15} = S \\ xy = 65 = P \end{cases}$, x et y sont donc sol° de $x^2-Sx+P=0$.

$x^2-\frac{77}{15}x+65=0.$

$\Delta = b^2-4ac = \left(-\frac{77}{15}\right)^2-4\times1\times65 = -\frac{52571}{225} < 0$

/2

Donc pas de solution.

$S = \emptyset.$

4) $(-2x^2-4x-2)(-3x+1) \leq 0$.

$\Delta = (-4)^2 - 4\times(-2)\times(-2) = 16 - 16 = 0$.

$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{4}{-4} = -1$.

$-3x+1=0 \quad -3x = -1 \quad x = 1/3$.

/3

x	$-\infty$		-1		$1/3$		$+\infty$
$-2x^2-4x-2$		$-$	0	$-$		$-$	
$-3x+1$		$+$		$+$	0	$-$	
P		$-$	0	$-$	0	$+$	

$S =]-\infty ; 1/3]$.

Exo 3: $f(x) = 2x^2 + 2x - 12$.

/10

1) $\Delta = b^2 - 4ac = 2^2 - 4\times 2\times(-12) = 4 + 96 = 100 > 0$

$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2-\sqrt{100}}{4} = \frac{-2-10}{4} = \frac{-12}{4} = -3$.

/2

$x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2+\sqrt{100}}{4} = \frac{-2+10}{4} = \frac{8}{4} = 2$.

$f(x) = 2(x+3)(x-2)$.

2) $f(x) = 2\left[x^2 + x - 6\right]$

$= 2\left[\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} - \frac{24}{4}\right]$

/1,5

$= 2\left[\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{25}{4}\right]$

$f(x) = 2\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{25}{2}$.

3)

x	$-\infty$		$-1/2$		$+\infty$
f		$\searrow$	$-\frac{25}{2}$	$\nearrow$	

$a = 2 > 0$.

/1

4) $f(x) = -12$

$2x^2 + 2x - 12 + 12 = 0$

$2x(x+1) = 0$.

1,5 (TPN) soit $2x = 0$ soit $x+1 = 0$

$x = 0$ $x = -1$ $S = \{-1; 0\}$

5) * $\mathcal{C}_f \cap (xx')$: On résout $f(x) = 0$

d'après 1) 2 sol^{e} -3 et 2

1/2 Donc 2 pts d'intersection avec l'axe des abscisses $(-3; 0)$ et $(2; 0)$.

* $\mathcal{C}_f \cap (yy')$: On calcule $f(0)$

1/1 $f(0) = -12$ Donc pt d'intersection avec l'axe des ordonnées est $(0; -12)$.

1/1 6) $S(-1/2; -25/2)$ $(d) : x = -1/2$.

Exo4 : $f(x) = ax^2 + bx + c = a(x-\alpha)^2 + \beta$.

S sommet de $\mathcal{C}_f$ $S(-2; 7)$.

d'où $\alpha = -2$ et $\beta = 7$.

ainsi $f(x) = a(x+2)^2 + 7$.

de plus $A(-1; 4) \in \mathcal{C}_f$

d'où $f(-1) = 4$

1/4 or $f(-1) = a(-1+2)^2 + 7 = a + 7$. $\Big\} =$

ainsi $a + 7 = 4$

$a = 4 - 7 = -3$.

Donc $f(x) = -3(x+2)^2 + 7$

$= -3(x^2 + 4x + 4) + 7$

$= -3x^2 - 12x - 12 + 7$

$f(x) = -3x^2 - 12x - 5$.

$\begin{cases} a = -3 \\ b = -12 \\ c = -5 \end{cases}$